

XXXVII OLIMPIADA DE FÍSICA (FASE LOCAL – UMH)

Tiempo: 3 horas.

Cada cuestión vale 5 puntos.

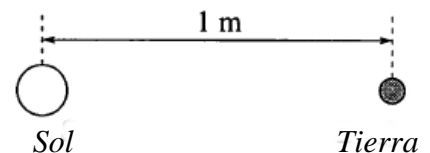
Cada problema vale 10 puntos.

CUESTIONES

- 1) Un objeto de masa $m = 0.5$ kg cuelga de una cuerda de longitud $L = 5.6$ m. Se le da una velocidad horizontal inicial $v_0 = 14$ m/s desde el punto más bajo de la trayectoria. La cuerda puede soportar una tensión máxima de $T_{\max} = 40$ N. (Nota: tomar $g = 10$ m/s²)
- Calcular la tensión en la cuerda en el punto más bajo del movimiento.
 - ¿Tiene la piedra suficiente velocidad inicial para dar la vuelta completa? Justificar la respuesta.
 - Si la respuesta al apartado b) es que no, ¿existe algún modo por el cual la cuerda podría romperse? Explica cómo.

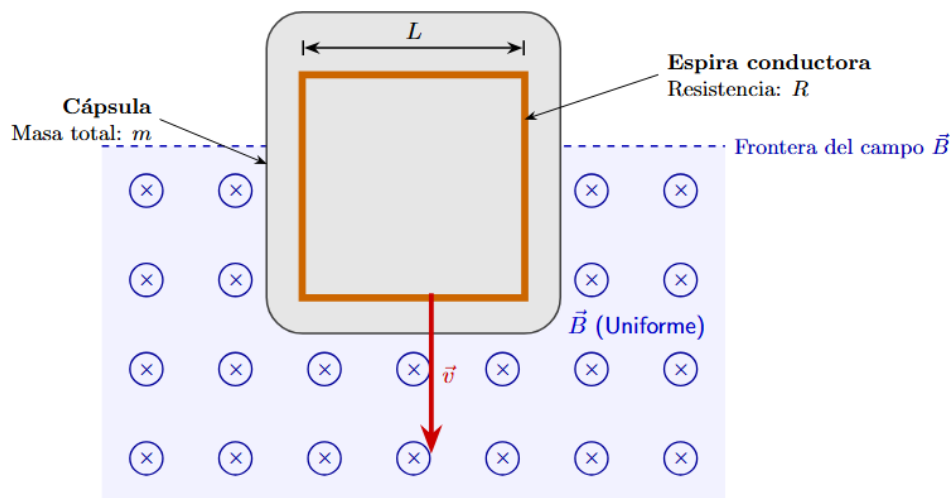
- 2) Considere la órbita aproximadamente circular de la Tierra alrededor del Sol.

- Suponer que, manteniendo inalterada su órbita (mismo radio), la masa de la Tierra se redujera a la mitad ¿Cuál sería la duración del año para esta Tierra?
- Imagine ahora que todo el sistema solar se reduce proporcionalmente hasta que la distancia media Sol-Tierra pasa a ser 1 m, manteniéndose constantes las densidades de todos los cuerpos. ¿Cuál sería la duración del año en este sistema reducido?

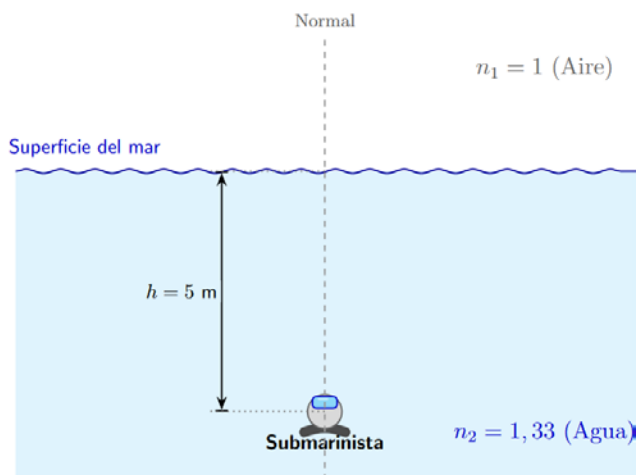


- 3) Una cápsula experimental de masa m cae verticalmente. Lleva adosada una espira cuadrada de cobre de lado L y resistencia eléctrica R , cuyo plano se mantiene vertical. En su caída, la mitad inferior de la espira penetra en una región del espacio donde unos electroimanes fijos generan un campo magnético uniforme \vec{B} , perpendicular a la espira y dirigido hacia el interior del papel. Mientras el borde inferior de la espira se adentra en el campo magnético (y el superior sigue fuera), determina razonadamente:

- a) El sentido de la corriente eléctrica inducida y la expresión matemática de la fuerza magnética neta que actúa sobre la espira. Demuestra que esta fuerza de frenado es directamente proporcional a la velocidad de caída ($F_m = k \cdot v$) y halla el valor de la constante k .
- b) La expresión analítica de la velocidad límite constante v_L que alcanzará la cápsula si la región magnética es lo suficientemente profunda.



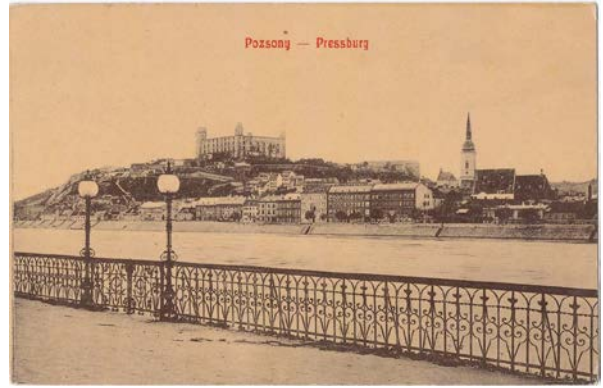
- 4) Cuando un submarinista se encuentra sumergido en aguas tranquilas y cristalinas mirando hacia la superficie plana del mar, observa un fenómeno óptico fascinante. En lugar de ver todo el cielo extendido de horizonte a horizonte, ve el cielo entero comprimido dentro de un brillante círculo luminoso justo por encima de su cabeza. Si el buceador dirige su mirada por fuera de este perímetro, el cielo desaparece; la superficie se transforma en un espejo perfecto que le devuelve la imagen del fondo marino. Sabiendo que el índice de refracción del aire es aproximadamente $n_1 = 1$ y el del agua de mar es $n_2 = 1,33$:



- a) Basándote en la Ley de Snell y en el principio de reversibilidad de la luz, explica razonadamente por qué los rayos de luz que provienen de cualquier punto del cielo acaban confinados en ese cono luminoso, y por qué el resto de la superficie marina se comporta como un espejo para el submarinista.
- b) Calcula el semiángulo de apertura de este cono luminoso (es decir, el ángulo máximo con respecto a la vertical al que el buceador puede ver el exterior). Si el submarinista se encuentra a una profundidad de 5 m , ¿qué diámetro (en metros) tendrá el círculo luminoso que ve en la superficie?

PROBLEMAS

1. Estamos en 1860, en la ciudad de Presburgo. Dos transbordadores con velocidades diferentes parten al mismo tiempo desde cada una de las dos orillas del Danubio en dirección a la otra. Se cruzan por primera vez a 396 metros de la orilla norte. Luego llegan a su destino y, tras una parada exacta de 12 minutos, regresan en sentido contrario. En este segundo trayecto, se cruzan nuevamente a 220 metros de la orilla sur:



Castillo de Bratislava sobre el Danubio

- Deducir la anchura del Danubio en Bratislava (actual Presburgo).
- ¿Cuál es la relación que debe existir entre las velocidades de los barcos?
- ¿Cuánto recorrió cada barco desde que soltaron amarras hasta el segundo encuentro?

2. Consideremos un sistema binario formado por dos estrellas, cada una con masa igual a la del Sol, separadas una distancia igual a la distancia entre el Sol y la Tierra. Ambas orbitan en un círculo centrado en el centro de masas.



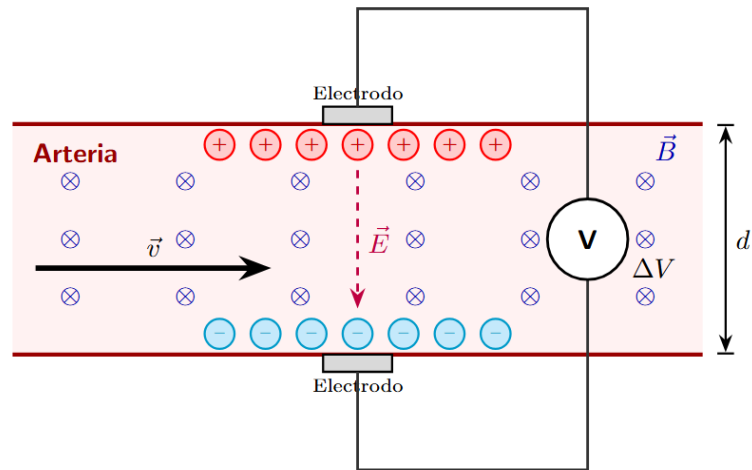
Imagen Casey Reed (NASA)

- Expresar el período de revolución del sistema en función del período de traslación de la Tierra alrededor del Sol.
- Determinar la relación entre la velocidad orbital de cada estrella y la velocidad orbital de la Tierra alrededor del Sol.
- Obtener las expresiones de la energía mecánica total del sistema binario y del sistema Sol-Tierra, e indicar cuál de los dos sistemas es más estable gravitatoriamente.

3. Medir la velocidad a la que circula la sangre por una arteria principal durante una intervención quirúrgica es vital, pero seccionar el vaso para insertar un sensor mecánico supone un riesgo elevado para el paciente. Afortunadamente, la sangre es un fluido conductor debido a la presencia de iones disueltos (como el sodio Na^+ y el cloro Cl^-). Aprovechando las leyes del electromagnetismo, los cirujanos utilizan un dispositivo no invasivo llamado "caudalímetro electromagnético". Este aparato abraza la arteria por el exterior, aplica un campo magnético y mide una pequeña diferencia de potencial transversal que permite deducir cómo fluye la sangre por el interior.

Consideremos una arteria que puede modelarse como un conducto cilíndrico de diámetro d . La sangre fluye por su interior con una velocidad constante v .

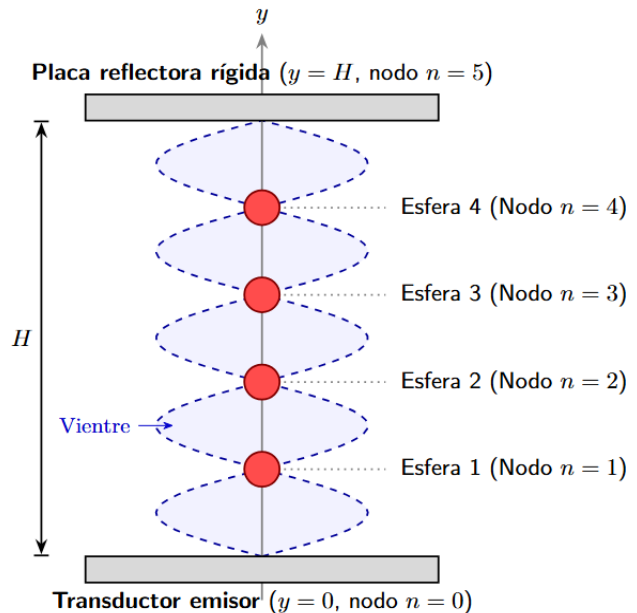
El dispositivo médico coloca un imán alrededor de la arteria, generando un campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular a la dirección del flujo sanguíneo. Se disponen dos pequeños electrodos de medida apoyados en las paredes exteriores opuestas de la arteria, de tal forma que el eje imaginario que los une es perpendicular tanto a la velocidad v como al campo magnético \vec{B} .



- Describe cualitativamente qué fuerzas experimentan los iones positivos y negativos de la sangre al atravesar el campo magnético. Explica cómo esta interacción genera la aparición de un campo eléctrico transversal \vec{E} en el interior del vaso. Razona físicamente por qué este campo eléctrico no aumenta de forma indefinida a medida que sigue fluyendo sangre, sino que alcanza rápidamente un valor constante.
- A partir del razonamiento anterior, escribe la condición de equilibrio dinámico para los iones que viajan en el fluido y deduce la expresión matemática de la magnitud del campo eléctrico \vec{E} estabilizado en función de la velocidad de la sangre v y el módulo del campo magnético B .
- Asumiendo que el campo eléctrico transversal generado en el estado estacionario es uniforme, deduce la expresión de la diferencia de potencial (voltaje) ΔV que registrará el instrumento médico conectado a los electrodos en función de v , B y el diámetro d .
- Durante una operación en quirófano, se aplica un campo magnético de $B = 0,04 \text{ T}$ a una arteria de $d = 5 \text{ mm}$ de diámetro. Si el voltímetro conectado a los electrodos registra una diferencia de potencial estabilizada de $\Delta V = 0,16 \text{ mV}$, determina:
 - La velocidad v a la que fluye la sangre (expresada en m/s).
 - El caudal sanguíneo Q expresado en mililitros por segundo ml/s .

(Nota: El caudal volumétrico se define como el volumen de fluido que atraviesa la sección del conducto por unidad de tiempo. Para un tubo cilíndrico, se puede calcular como el producto del área de la sección transversal de la arteria por la velocidad del fluido: $Q = \text{Área} \cdot v$.)

4. El sonido es una onda mecánica longitudinal que transporta energía a través de variaciones de presión en el aire. Sorprendentemente, usando sonido podemos vencer a la gravedad. Si logramos crear una onda sonora estacionaria lo suficientemente intensa, podemos conseguir que pequeñas esferas de poliestireno (o incluso gotas de agua) floten en el aire de forma estable y sin ningún soporte físico. Esta técnica, llamada levitación acústica, se utiliza en laboratorios para estudiar reacciones químicas sin que los reactivos toquen las paredes de ningún



recipiente. En un experimento de levitación, colocamos un transductor ultrasónico en el origen de coordenadas $y = 0$). Este emisor genera una onda sonora armónica plana que viaja verticalmente hacia arriba (sentido positivo del eje Y). A una altura H se coloca una placa reflectora plana y rígida. La onda sonora choca contra la placa y se refleja hacia abajo, superponiéndose con la onda incidente y formando una onda estacionaria.

Las pequeñas esferas que queremos levitar quedarán atrapadas exactamente en los nodos de desplazamiento de esta onda. Datos: Frecuencia del ultrasonido: $f = 40 \text{ kHz}$. Velocidad del sonido en el aire: $v = 340 \text{ m/s}$

- Razona cualitativamente por qué una onda de sonido convencional (viajera) que se propaga hacia arriba no logra mantener una esfera inmóvil levitando en un punto fijo, y por qué sí es posible lograrlo en los nodos de una onda estacionaria. (Pista: Piensa en lo que le ocurre al aire en un nodo frente a lo que le ocurre en un vientre, y cómo afectaría eso a una esfera que intenta caer por la gravedad).
- Assumiendo que la onda incidente es $y_1(y, t) = A \cdot \sin(\omega t - ky)$ y sabiendo que al reflejarse en la placa superior sufre un desfase de π radianes, escribe la ecuación de la onda reflejada $y_2(y, t)$. A continuación, aplicando el principio de superposición y utilizando la identidad trigonométrica $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$, deduce paso a paso la ecuación final de la onda estacionaria.
- A partir de la ecuación deducida, calcula la distancia vertical Δy (en milímetros) que separará a dos esferas levitando de forma consecutiva (es decir, la distancia entre dos nodos).
- Para que el sistema entre en resonancia perfecta, debe existir un nodo en la superficie del emisor ($y = 0$) y otro nodo en la placa reflectora ($y = H$). Si queremos levitar exactamente 4 esferas simultáneamente una encima de la otra (es decir, 4 nodos internos útiles), ¿a qué altura mínima H (en centímetros) debemos ajustar la placa reflectora?